

ANÁLISE DINÂMICA DE REDES DE CABOS DE NANOTUBOS PELO MÉTODO DAS DIFERENCAS FINITAS IMPLEMENTADA EM COMPUTAÇÃO PARALELA.

Bruno Simioni, José Manoel Balthazar, Reyolando M. Brasil. - Ciências da Computação - Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computação - Instituto de Geociências e Ciências Exatas - Campus de Rio Claro.

O desenvolvimento atual das teorias de análise dinâmica estrutural, assim como a possibilidade de emprego de materiais de alta resistência e de sistemas computacionais que atuam de forma eficiente, com ênfase na exploração de eventos paralelos no processo computacional, tornam possível o projeto e construção de estruturas de cabos de porte cada vez maior.

Nesse tipo de estruturas, em cujos elementos estruturais de cabos ocorrem apenas esforços solicitantes de força normal de tração, as seções transversais que as constituem sofrem do mesmo tipo e intensidade de sollicitação, trabalhando, portanto, com maior eficiência que elementos de barra sob ação de flexão, adicionando o peso próprio, que é muito menos do que o caso em se utilizar barras. Somam-se a isto a facilidade de se aplicar pro tensão aos elementos de cabos e a facilidade de substituição de um destes elementos, caso seja necessário. A leveza destas estruturas resulta, em geral, em uma grande beleza, constatável nas inúmeras coberturas de ginásio e edifícios destinados a exposições já construídos, e nas pontes pênséis e estaiadas. Ressalta-se, por outro lado, que o pequeno peso e a flexibilidade dessas estruturas exigem a consideração de não linearidades geométricas e as tornam muito vulneráveis a vibrações induzidas por esforços de carregamentos variando randomicamente no tempo, como é o caso dos esforços de pressão devido ao vento.

O presente documento aborda um estudo computacional para sistemas de cabos de suspensão de coberturas, a ser definido. Salienta-se que a análise no domínio das frequências, fazendo-se uso dos modos normais de vibração, exige que o comportamento da estrutura seja linear, o que não é o caso de coberturas suspensas, nas quais se deve admitir comportamento geometricamente não linear. Assim sendo, deve-se obrigatoriamente, proceder a uma análise no domínio do tempo (BUCHHOLD, 1985). A análise no domínio do tempo deverá se basear em históricos de deslocamentos de pontos ou trações nos cabos para sucessivos instantes. Será preciso, portanto, resolver o problema da determinação destes deslocamentos, ou destes esforços. Nota-se que se considerarmos estes cabos como sendo aproximadamente retos, o que é sempre aceitável para trechos muito pequenos de cabos, ou para cabos de qualquer comprimento, desde que submetidos a um esforço suficientemente grande de tração, podemos dizer que os cabos se comportam como barras de treliças, diferindo apenas destas barras por não admitir sollicitação por esforço normal de compressão. Essa consideração já é, em si, uma não linearidade de grande monta.

Pesquisas extensivas sobre nanotubos de carbono (CNTc) têm sido realizadas desde que os (CNTc) foram descobertos (IJIMA, 1996). Citam-se os trabalhos de (BALL, 2001) e (BAUGHMAN ET AL, 2002) onde se efetuou intensa pesquisa sobre este tema. As pesquisas sobre nanotubos de carbono podem levar a novas aplicações envolvendo outros materiais e estruturas inteligentes. Recentemente, uma possível aplicação em engenharia aeroespacial tem sido sugerida, na forma de redes de satélites conectados por cabos de nanotubos de carbono. Esse promissor material parece ser o único capaz de fornecer a enorme resistência mecânica necessária para os grandes comprimentos de cabos previstos para esse fim.

Na modelagem matemática, escreve-se, via segunda lei de Newton, as equações diferenciais ordinárias do movimento de massas concentradas nos nós que unem os cabos, decompondo as forças

que atuam em cada um desses nós nas três direções do espaço. Essas forças são, em resumo: as ações externas aplicadas, em geral devidas ao vento (no caso de coberturas) e a gradientes de gravidade (nas redes de satélites), as forças dissipativas de amortecimento estrutural, suposto viscoso, as forças de inércia e, principalmente, as forças elásticas restauradoras aplicadas nas massas, que são proporcionais à mudança de comprimento dos trechos de cabo entre os nós e tem sua direção. Essa mudança de comprimento é computada, em cada passo de integração, pelo conhecimento das coordenadas atualizadas dos nós, produto do passo. É sempre necessário verificar, também, se nenhum trecho de cabo perde tensão, já que eles não podem suportar compressão nenhuma. Na aplicação envolvendo nanotubos de carbono, há também que estudar a fundo a reologia desse tipo de material para computar as forças restauradoras que eles podem proporcionar, não necessariamente elásticas lineares.

No método das diferenças finitas, aproximações em termos de deslocamentos são implementadas para as componentes das acelerações e das velocidades dos nós. O sistema resultante em termos de deslocamentos é algébrico, esparsa e não acoplado o que favorece enormemente sua implementação em computação paralela.

Definido o modelo matemático em um instante inicial, dá-se início ao cálculo de deslocamentos para instantes sucessivos, gerando uma série temporal. Este cálculo irá se basear na resolução da equação de movimento, sendo estabelecida para cada um dos nós, da forma usual:

$$MX'' + CX' + KX = P(t) \quad (1)$$

Tendo o nó n_i componentes de deslocamentos $x_{ij}(t), j=1,2,3$, no referencial inercial adotado (e_1, e_2, e_3) , suas componentes de velocidades será dado por $\dot{x}_{ij}(t), j=1,2,3$ e as componentes de aceleração por $\ddot{x}_{ij}(t), j=1,2,3$. Logo as forças de inércia e de amortecimento são $M_i \ddot{x}_{ij}; C_i \dot{x}_{ij}, j=1,2,3$ e as forças normais $N_j(t)$ dos elementos articulados no nó serão as forças restauradoras. Desta forma a equação de equilíbrio no nó fica

$$P_{ik}(t) - \sum_j N_j(t)[\cos(\alpha_{jk}(t))] - C_i \dot{x}_{ik}(t) = M_i \ddot{x}_{ik}(t) \quad (2)$$

com $i=1, NN, j$ assumindo os valores correspondentes aos elementos que se articulam no nó, dentro do intervalo de $i \rightarrow NE, k=1 \rightarrow 3$

O método que será utilizado na resolução das equações governantes do movimento será o de Diferenças finitas centrais, conforme apresentado em (BURDEN e FAIRES, 2003). Desta forma consideram-se duas expansões em série de Taylor nas vizinhanças do deslocamento $x_{ik,t}$ (componentes, na direção $k, k=1..3$, do deslocamento nodal, num instante t , que admite-se conhecido. Considerando-se a equação governante do movimento no instante t , escrita no nó i , na direção k

$$M_i \ddot{x}_{ik,t} + C_i \dot{x}_{ik,t} + F_{ik,t} = p_{ik,t} \quad (3)$$

onde $F_{ik,t}$ é o somatório das componentes das forças normais dos elementos que incidem no nó na direção k , chega-se ao deslocamento no instante $t + \nabla t$ através da equação pseudo-estática de equilíbrio:

$$x_{ik,t+\nabla t} = \{[p_{ik,t} - F_{ik,t} + (2 \cdot \frac{M}{\nabla t^2}) \cdot x_{ik,t} - (\frac{M_i}{\nabla t^2} - \frac{C_i}{2 \cdot \nabla t}) \cdot x_{ik,t+\nabla t}]/(\frac{M_i}{\nabla t^2} + \frac{C_i}{2 \cdot \nabla t})\} \quad (4)$$

Nota-se que o processo descrito depende apenas de valores já disponíveis de deslocamento em estações anteriores, daí ser explícito. Por necessitar do deslocamento em instantes anteriores, $x_{t-\nabla t}$, não é auto-iniciado, precisando do cálculo da aceleração $x''_{ik,0}$ no instante inicial e das condições iniciais $x_{ik,0}, x'_{ik,0}$. Se admitir-se que ao longo do intervalo de tempo ∇t a aceleração é constante, resultando nas expressões:

$$x''_{ik,1} = x''_{ik,0}$$

$$x'_{ik,1} = x'_{ik,0} \cdot \nabla t + x'_{ik,0}$$

$$x_{ik,0} = x'_{ik,0} \cdot (\frac{\nabla t^2}{2}) + x'_{ik,0} \cdot \nabla t + x_{ik,0} \quad (5)$$

Ressalta-se que com os incrementos de deslocamentos obtidos, pode-se calcular as novas coordenadas para os nós, $Y_{ik,t+\nabla t}$ em um instante $t + \nabla t$ e, portanto, os novos comprimentos dos elementos $L_{j,t+\nabla t}$. Logo

$$\nabla L_{j,t+\nabla t} = L_{j,t+\nabla t} - L_{j,t} \quad (6)$$

os novos cossenos diretores, $\cos \alpha_{jk,t+\nabla t}$, para os eixos dos elementos podem ser calculados facilmente.

Descrita a modelagem e as equações que regem o problema, conclui-se que devido à necessidade de um grande número de cálculos, pretende-se implementar a solução pelo Método de Diferenças finitas através do uso de computação de alto desempenho (paralela). Para tal, o projeto está sendo desenvolvido no laboratório de computação paralela disponível no DEMAC-IGCE-UNESP-Rio Claro, SP. FAPESP-Proc. 2002/04130-1 (disponível no portal: <http://black.rc.unesp.br/gpacp/fotos.htm>).

De um modo bastante simplificado entende-se por computação paralela a execução simultânea (concorrente) de vários programas ou rotinas, em diferentes processadores, visando à solução de um único problema. Computação paralela é a forma mais acessível de se resolver problemas que exigem muita computação e está se difundindo cada vez mais pela queda no custo dos componentes eletrônicos. Nos computadores convencionais, um programa é um conjunto de instruções que são transmitidas à unidade de processamento para serem executadas de forma sequencial. Computadores convencionais em geral possuem um único processador. O conceito de programação paralela está diretamente relacionado ao uso de computadores paralelos, ou seja, computadores dotados de várias unidades de processamento, com capacidade de executar programas paralelamente. No caso de programas paralelos, temos instruções sendo executadas em diferentes processadores ao mesmo tempo. Além disso, há geração e troca de informação entre os processadores.

As principais vantagens de utilizar um sistema paralelo são a redução do tempo de execução e o aumento da quantidade de memória. No modelo de memória distribuída, um dos mecanismos de comunicação mais comum é o de troca de mensagens, que consiste em processos paralelos trocando informações entre si. Assim, os processadores devem ser sincronizados para receberem e/ou enviarem mensagens. Para realizar a comunicação entre os processos existem vários “softwares” comunicadores entre os quais podemos destacar o ambiente MPI, que oferece uma boa abstração para tal fim. Para o desenvolvimento do projeto foi está sendo utilizada a implementação MPICH2 do Argonne National

Laboratory e Mississippi State University, que são de domínio público, e pode ser utilizado para implementar programas nas linguagens FORTRAN ou C.

Para avaliar a eficiência de um programa paralelo, devemos levar em consideração dois importantes fatores: O tempo de comunicação e o tempo de sincronização. O fator mais relevante que influencia no desempenho do sistema é o problema de balanceamento de cargas. Uma relação entre poder de processamento e quantidade de carga por processador. À esse problema é dado o nome de Granulação. É definido três níveis de granulação: Grossa, Média e Fina, diferenciadas pela carga em cada mensagem trocada.

Um único código fonte, que quando compilado gera um único programa executável que é executado por todos os processos da aplicação. Utilizando a estrutura condicional if e o rank (identificador do elemento processador no escopo) dos processos defini-se o que o processo de cada nó faz. Um código exemplo utilizado no MPI pode ser o seguinte:

```
If rank = 0 then
// execute função X
Else if rank = 1 then
// execute função y
Else if rank = 2 then
// execute função z
```

O MPI define várias funções de comunicação para grupos, as mais utilizadas são ponto-a-ponto e 1-para-todos e todos-para-1, possibilitando uma maior portabilidade ao sistema. Serão essas funções utilizadas para o desenvolvimento do programa paralelo para executar o método das diferenças finitas.

Referências Bibliográficas:

BUCHHOLDT, H A. **Introdution to Cable Roof Structures**. Cambridge University Press, 1985.
IIJMA, S. Helical. **Microtubules of Graphitic Carbon**. Nature, 1991.
BALL, P. **Roll Up for the Revolution**. Nature, 2001
BAUGHMAN, R.H., ZAKHIDOV, A.A., HERR, W.A. **Carbon Manotubesthe Route Toward Applications**. Science, 2002.
R. L. BURDEN, J. D. FAIRES, **Análise Numérica, Editora Thomson, (2003)**, pg. 605-614.

Bolsa: Fapesp (Processo 06/55892-0).